

# Chapitre 4

## Fraction partage et comparaison de fractions

### I. Programme

#### Nombres, calcul et résolution de problèmes

##### Les nombres entiers et décimaux

##### Connaissances et capacités attendues

##### Objectifs d'apprentissage

[...] Associer et utiliser différentes écritures d'un nombre décimal : écriture à virgule, fraction, nombre mixte, pourcentage [...]

##### Les fractions

Tout au long de la classe de 6<sup>e</sup>, l'étude des fractions s'intègre à la résolution de problèmes, permettant ainsi de concrétiser le sens de quotient attribué à cette notion.

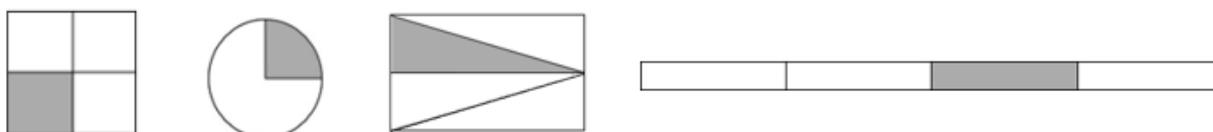
L'étude des fractions à l'école élémentaire, débutant dès le CE1, s'est appuyée sur des manipulations et des représentations variées pour familiariser l'élève avec plusieurs des sens qui sont attribués à une fraction. Le premier sens, communément appelé « partie d'un tout », consiste à prendre un « tout » de référence (une pizza fictive, une bande de papier, un morceau de ficelle, etc.), à le partager en parts égales et à prendre un certain nombre de ces parts. Si cette conception est intuitive pour les élèves, elle présente des difficultés lorsqu'il s'agit d'aborder des fractions supérieures à 1.

Au CM1, les élèves ont appris que la fraction unitaire 1 est considérée comme une nouvelle unité de mesure.

Une fraction comme  $\frac{7}{4}$ , est définie comme la somme  $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$ , ce qui nécessite de considérer sept quarts alors que l'unité de référence n'en contient que quatre. Si une bande de papier est graduée en quarts, toute fraction, inférieure ou supérieure à 1, correspond alors à un certain nombre de graduations : 3 graduations pour la fraction  $\frac{3}{4}$  et 7 graduations pour la fraction  $\frac{7}{4}$ . Cette conception « mesure » de la fraction permet également de mieux appréhender le produit d'un entier par une fraction comme  $2 \times \frac{3}{4}$ .

##### Automatismes

L'élève sait reconnaître une fraction sur des représentations variées, par exemple :



## Connaissances et capacités attendues

### *Le sens quotient d'une fraction*

#### Objectifs d'apprentissage

[...]

Placer une fraction sur une demi-droite graduée dans des cas simples

### *Comparer des fractions*

#### Objectifs d'apprentissage

Établir des égalités de fractions

Comparer et encadrer des fractions

Ordonner une liste de nombres écrits sous forme de fractions ou de nombres mixtes

### *Effectuer des opérations sur les fractions*

#### Objectifs d'apprentissage

[...]

Résoudre des problèmes mettant en jeu des fractions

Inventer des problèmes mettant en jeu des fractions

### **Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles**

L'élève découvre les contextes historiques (impôt, héritage, cadastre) qui ont conduit à la notion de fraction ainsi que leurs différentes écritures avant l'utilisation de la barre de fraction.

Il comprend pourquoi une fraction a été appelée nombre rompu, nombre cassé ou encore nombre coupé.

*Des exemples de réussite sont donnés dans l'annexe « Des exemples pour la mise en œuvre du programme de 6<sup>e</sup> » disponible sur le site ressources et dans le manuel numérique enseignant.*

## II. Ressources disponibles sur le site ressources et dans le manuel numérique enseignant

Rubrique	Ressources	Format
<b>Entrée du chapitre : Rituel de classe</b>	<p>Questions flash pour réactiver les automatismes : exercices MathALÉA</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rituel 1 : Lire une fraction <a href="https://lienbordas.fr/740639_044">https://lienbordas.fr/740639_044</a></li> <li>• Rituel 2 : Lire des abscisses fractionnaires <a href="https://lienbordas.fr/740639_045">https://lienbordas.fr/740639_045</a></li> <li>• Rituel 3 : Décomposer une fraction (partie entière + fraction inférieure à 1) <a href="https://lienbordas.fr/740639_046">https://lienbordas.fr/740639_046</a></li> <li>• Rituel 4 : Compléter les égalités entre fractions simples <a href="https://lienbordas.fr/740639_047">https://lienbordas.fr/740639_047</a></li> </ul>	Liens MathALÉA
<b>Je pars du bon pied</b>	Diaporama des questions flash	pptx et pdf
<b>Activité 1</b>	Demi-droites à télécharger	pdf
<b>Ce que je dois savoir</b>	<p>Parcours d'exercices aléatoires corrigés MathALÉA : <a href="https://lienbordas.fr/740639_050">https://lienbordas.fr/740639_050</a></p> <p>Exercice 1 : Représenter des fractions Exercice 2 : Représenter une fraction de l'unité Exercice 3 : Décomposer une fraction (partie entière + fraction inférieure à 1) Exercice 4 : Écrire un nombre entier sous la forme d'une fraction Exercice 5 : Encadrer une fraction entre deux nombres entiers consécutifs Exercice 6 : Placer des points d'abscisses fractionnaires Exercice 7 : Lire des abscisses fractionnaires Exercice 8 : Compléter les égalités entre fractions simples Exercice 9 : Comparer deux fractions (dénominateurs multiples)</p>	Lien MathALÉA
<b>Exercices d'entraînement</b>	Diaporama des questions flash : Fractions et partages	pptx et pdf
	Diaporama des questions flash : Égalités de fractions	pptx et pdf
	Diaporama des questions flash : Comparaison et encadrement	pptx et pdf
	Exercice 79 : grille à télécharger	pdf

## III. Plan de séquence

Voir page suivante.

## Chapitre 4 : Un exemple de plan de séquence

Tout professeur est libre de son organisation et de ses choix pédagogiques. Il peut suivre les propositions ci-dessous, les adapter ou utiliser le manuel à sa guise.

### 1 Fractions et partages

**1 - Partages**

- Pour démarrer  
QF n° 1 - 2 - 3 - 4 - 5
- Cours
- 1. Fractions et partages : Partages et comparaison d'une fraction à 1
- Exercices  
n° 10 - 11 - 28 - 29 - 55 - 56  
n° 45
- Pour les plus rapides  
n° 88 \*\*\*

**2 - Demi-droite graduée**

- Pour démarrer  
Rituel 2
- Méthode 1 et cours
- Fraction et demi-droite graduée
- Exercices  
n° 30 - 31 - 32 - 57\* - 58\* - 59\*  
n° 91\*\* - 92\*\*
- Pour les plus rapides  
n° 60\*\* - 82\*

**3 - Nombre mixte**

- Pour démarrer  
Rituel 3
- Méthode 2 et cours
- Fraction sous la forme d'un nombre mixte
- Exercices  
n° 34 - 36 - 37 - 38 - 61\* - 62\* - 64\* - 65\*\*
- Pour les plus rapides  
n° 63\*

### 2 Egalités de fractions

**1 - Propriété d'égalité**

- Pour démarrer  
QF n° 6 - 7 - 8 et Ex n° 13 - 14
- Activité 1
- Cours et Méthode 3
- 2. Egalités de fractions
- Exercices  
n° 39 - 40 - 41 - 42
- Pour les plus rapides  
n° 72\*\*

**2 - Fractions égales**

- Pour démarrer  
Rituel 4
- Exercices  
n° 43 - 44 - 67\* - 68\*  
n° 70\*\* - 71\*\* - 73\*\* - 85\*\*
- Pour les plus rapides  
n° 86\*\*

**MathALEA**  
Ce que je dois savoir page 92

**Culture générale**  
page 93

### 3 Comparaison et encadrement de fractions

**1 - Comparer des fractions**

- Pour démarrer  
Calcul Mental n° 24 - 25 - 26
- Activité 2
- Cours et méthode 4
- 3. Comparaison de fractions
- Exercices  
n° 75\* - 49 - 50
- Pour les plus rapides  
n° 91 - 92 énigmes et défis

**2 - Exercices de comparaison**

- Pour démarrer  
QF n° 66
- Exercices  
n° 46 - 47 - 48  
n° 76\*\* - 77\*\*
- Pour les plus rapides  
n° 89\*\*  
n° 90\*\*\*

**3 - Encadrement**

- Pour démarrer  
QF n° 74
- Cours
- 3. Encadrement d'une fraction par deux entiers consécutifs
- Exercices  
n° 51 - 52 - 53  
n° 83\*\* - 84\*\* - 87\*\*\*
- Pour les plus rapides  
n° 79 et 90 jeux

Le pars du bon pied pages 86 et 87 :  
les élèves en difficulté pourront être dirigés vers ces pages.

Les étoiles : \* fragile ; \*\* satisfaisant (niveau attendu) ; \*\*\* expert.

## IV. Corrections et intentions pédagogiques

### Je pars du bon pied

#### Questions flash

- 1 Le dénominateur de la fraction est 9.
- 2 Le numérateur de la fraction est 13.
- 3 Réponse c.
- 4 de la surface du rectangle est coloriée.
- 5 de la surface du disque est coloriée.
- 6  $= 7 \times$
- 7  $1 =$
- 8  $=$

#### Vocabulaire

- 9 a. 8 est le dénominateur de la fraction .  
b. 4 est le numérateur de la fraction .  
c. Dans la fraction , le numérateur est plus grand que le dénominateur.

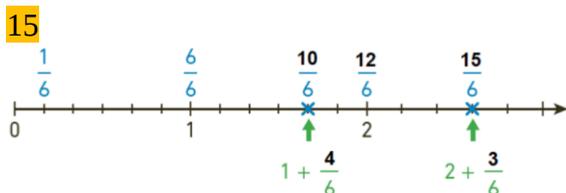
#### Fractions et partages

- 10 a.    b.    c.
- 11 a.    b.    c.

#### Égalités avec des fractions

- 12  $= + + + = 4 \times$
- 13 a.  $1 =$     b.  $2 =$     c.  $3 =$
- 14 a.  $=$     b.  $=$

#### Décomposition d'une fraction



- 16 a.  $= + = 3 +$   
b.  $= + = 6 +$

### Activités de découverte

#### Activité 1

### Trouver des fractions égales

#### ► Présentation de l'activité et mise en pratique

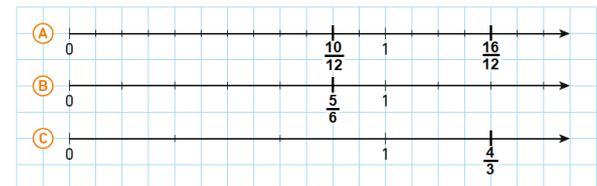
L'objectif de cette activité est d'établir des égalités de fractions. Dans la première partie de l'activité l'élève trouve des égalités de fractions en comparant leur placement sur une demi-droite graduée.

Dans la deuxième partie, l'élève constate que ces égalités peuvent se retrouver avec des calculs ce qui permet institutionnaliser la propriété sur les égalités de fractions.

Mise en pratique : L'enseignant peut télécharger les demi-droites graduées pour en distribuer des photocopies aux élèves.

#### ► Correction

##### 1. 2. a. b. c.



3.  $=$  et  $=$

4.  $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$  (multiplied by 4) and  $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$  (added 2)

5.  $\frac{6}{8} = \frac{12}{16}$  (multiplied by 2) and  $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$  (added 2)

#### J'ai compris

$\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$  (multiplied by 4)

#### Activité 2

#### Comparer des fractions

#### ► Présentation de l'activité et mise en pratique

Le but de cette activité est d'établir des comparaisons de fractions ayant des dénominateurs multiples l'un de l'autre.

Dans la partie A, l'élève compare les fractions à l'aide de leur représentation sous forme de disques.

Dans la partie B, l'élève est amené à comparer deux fractions sans support visuel. Il mobilise ses connaissances sur les égalités de fractions pour effectuer cette comparaison.

► **Correction**

**Partie A**

1. a. Amir a mangé  $\frac{2}{5}$  de la pizza.

b. Emy a mangé  $\frac{6}{15}$  de la pizza.

2. a. Amir a mangé plus de pizza que Emy.

b.  $\frac{2}{5} > \frac{6}{15}$ .

**Partie B**

1.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

2.  $\frac{4}{5} < \frac{6}{10}$  donc  $\frac{4}{5} < \frac{6}{10}$ .

**J'ai compris**

$$\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$$

Or  $\frac{5}{6} > \frac{15}{18}$  donc  $\frac{5}{6} > \frac{15}{18}$ .

**J'apprends à...**

**Méthode 1**

Repérer une fraction sur une demi-droite graduée

17 A ; B ; C

$3 + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$  donc C.

**Méthode 2**

Exprimer une fraction sous forme de nombre mixte

18  $29 = 4 \times 7 + 1$  donc  $29 = 4 + \frac{1}{7}$ .

**Méthode 3**

Compléter des égalités de fractions

19 a.  $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$  b.  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

**Méthode 4**

Comparer des fractions

20 a.  $\frac{4}{5}$  et  $\frac{15}{10}$  ont le même numérateur.

$\frac{4}{5} < \frac{15}{10}$  donc  $\frac{4}{5} < \frac{15}{10}$ .

b.  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ . Or  $\frac{6}{8} < \frac{7}{8}$  donc  $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$ .

**Culture générale**

► **Présentation de l'activité et mise en pratique**

Le but de cette activité est de présenter différentes écritures des fractions dans l'Histoire. Dans la première partie, l'élève réactive les connaissances sur l'écriture des nombres dans l'Égypte antique vue dans la page *Culture générale* du chapitre 1 (page 23) et l'étend à l'écriture des fractions ayant un numérateur égal à 1. Dans la deuxième partie, l'introduction des nombres impropres et de leur écriture permet à l'élève de se familiariser avec l'écriture sous forme de nombre mixte des fractions.

► **Correction**

**Partie 1**

1. a.                      b.                      c.



2. a.                      b.                      c.

**Partie 2**

Les nombres impropres de cette liste sont :

- qui s'écrivait  $1 +$  ;
- qui s'écrivait  $2 +$  ;
- qui s'écrivait  $4 +$  .

**Automatismes**

**Vocabulaire**

- 21 a. 9 est le *dénominateur* de la *fraction* .  
 b. 8 est le *numérateur* de la *fraction* .  
 c. Les fractions et ont le même *numérateur*.  
 d. Les fractions et ont le même *dénominateur*.  
 e. Dans , le *dénominateur* est le double du *numérateur*.

- 22 • : Cinq neuvièmes  
 • : Sept douzièmes  
 • : Huit tiers    • : Neuf quarts  
 • : Quinze demis

23 a.                      b.                      c.                      d.  
 e.                      f.                      g.                      h.

**Calcul mental**

24 a. 56                      b. 54                      c. 48  
 d. 3                      e. 9                      f. 7

25 a.  $6 \times 7 = 42$                       b.  $8 \times 8 = 64$   
 c.  $4 \times 9 = 36$

26 a.  $4 =$                       b.  $7 =$                       c.  $6 =$

27 a.  $=$                       b.  $=$                       c.  $=$

**Modéliser un partage avec une fraction**

28 Réponse b.

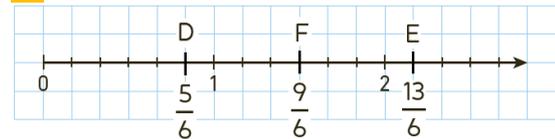
29 a.                      b.                      c.

**Fraction et demi-droite graduée**

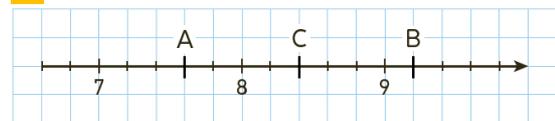
30 A; B ; C

31 D ; E ; F

32



33



**Écrire sous forme de nombre mixte**

34 a.  $= 6 +$                       b.  $= 7 +$   
 c.  $= 8 +$

35 a.  $= + = 5 +$   
 b.  $= + = 7 +$   
 c.  $= + = 8 +$

36 a.  $= + = 2 +$   
 b.  $= + = 3 +$   
 c.  $= + = 5 +$

37  $219 = 8 \times 27 + 3$  donc  $= 27 +$  .

38  $3\,583 = 25 \times 143 + 8$   
 donc  $= 143 +$  .

**Trouver des fractions égales**

39  $= =$  . Les deux élèves ont raison.

40 a.  $7 =$                       b.  $12 =$   
 c.  $9 =$                       d.  $13 =$

41 a.  $= =$                       b.  $= =$   
 c.  $= =$                       d.  $= =$

42 a.  $= =$                       b.  $= =$   
 c.  $= =$                       d.  $= =$

43 a. = =      b. = =  
 c. = =

44 = =

Donc et ne sont pas égales.

### Comparer et encadrer des fractions

45

Inférieure à 1	Égale à 1	Supérieure à 1

46 a. > 1 et < 1 donc > .

b. > 1 et < 1 donc > .

c. > 1 et < 1 donc > .

47 a. <      b. >

c. <      d. >

48 a.  $16 \div 2 = 8$  et  $9 > 8$ , donc > .

b.  $13 \div 2 = 6,5$  et  $6 < 6,5$ , donc < .

c.  $30 \div 2 = 15$ , donc = .

49 a. = = < , donc < .

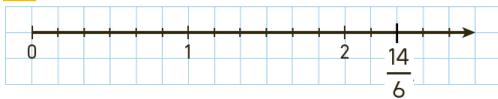
b. = = > , donc > .

c. = = > , donc > .

d. = = < , donc < .

50 = ; = et = , donc < < < .

51 1.



2. = 2 +

3.  $2 < < 3$

52 1. = 12 +

2.  $12 < < 13$

53 a.  $3 < < 4$

b.  $7 < < 8$

c.  $4 < < 5$

d.  $5 < < 6$

## Exercices d'entraînement

### Fractions et partages

### Questions flash

54 1. 9 est le numérateur de .

2. Réponse b.      3. L'abscisse de P est .

4. = 8 +      5. > 1

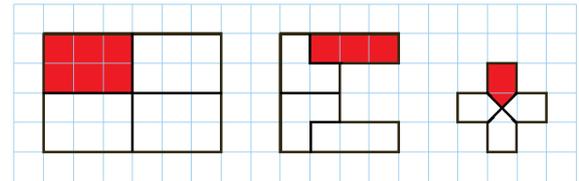
### Partages

55 a.

b.

c.

56

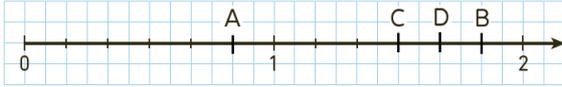


### Repérer une fraction

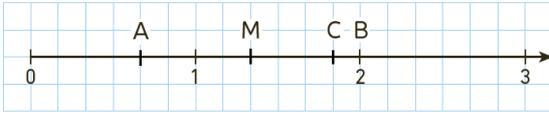
57 A ; B ; C

58 D ; E ; F

59



60 1.



2. L'abscisse du point M est .

Écrire sous forme de nombre mixte

61  $110 = 7 \times 15 + 5$  donc  $= 15 +$  .

62  $167 = 6 \times 27 + 5$  donc  $= 27 +$  .

63 a.  $1 + = + =$  .

Pour cette recette on va utiliser de pot pour le sucre.

b.  $2 + = + =$  .

Pour cette recette on va utiliser de pot pour la farine.

64 Faux, car  $3 + = + = \neq$  .

65 a.  $112 = 9 \times 12 + 4$  donc  $= 12 +$  .

b.  $225 = 12 \times 18 + 9$  donc  $= 18 +$  .

c.  $358 = 15 \times 23 + 13$  donc  $= 23 +$  .

d.  $259 = 30 \times 8 + 19$  donc  $= 8 +$  .

## Égalités de fractions

### Questions flash

66 a. = b. =

c. = d. =

e. = f. =

67 a. = = b. = =

68 Salomé a colorié du disque. Youssef a colorié du disque et Émile a colorié du disque.

Or et . Donc les réponses des trois élèves sont exactes.

69 Il y a des espèces d'amphibiens qui sont en voie de disparition.

Or = =  $\neq$

Le journaliste n'a pas raison.

70 a. = b. =

c. =

71 a. = et = =

donc = .

b. = et = =

donc .

c. = = et = =

donc .

72

$$\frac{7}{21} = \frac{1}{3} = \frac{15}{45} \quad \frac{2}{5} = \frac{14}{35} \quad \frac{36}{12} = 3$$

73 •  $< 1$ . Or  $> 1$  et  $> 1$ .

Donc et .

• = =  $\neq$

• = = et = =

Les fractions égales à sont et .

## Comparaison et encadrement

### Question flash

74 a. < b. > c. >

d. < 1 e. > 1 f. <

75 a. = = > donc > .

b. = = < donc < .

c. = = > donc > .

76 = = < donc < .

Pablo doit choisir le jus A.

77  $1 + = =$  et = .

Donc  $< 1 < < 1 + <$  .

## Je fais le point

### 78 QCM Bilan

- ① B ; ② C ; ③ A ; ④ A ; ⑤ C ; ⑥ B ;  
⑦ B ; ⑧ A ; ⑨ C ; ⑩ A

## Jeux

**79**

$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{7}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{8}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{5}$

**80** La fraction mystère est .

## Problèmes

**81** Les briques rouges constituent de la surface de ce mur.

**82** J AIME LES MATHS

- 83** • Nathan : = =  
 • Titouan : = =  
 • Hamza :  
 • Sandro : = =  
 Ainsi : > > > .

**84** Dans le verre doseur de Lou il y a litre de lait ; il y a litre de lait dans celui de Tom et litre dans celui de Lise.  
 = et = = . Ainsi : < < .  
 Donc c'est dans le verre doseur de Lise qu'il y a le plus de lait.

**85** = = . La professeure pensait à .

- 90** • Saïd : • Elisa : = =  
 • Erwan : = =  
 • Emma : = =

Pour se classer troisième Yanis doit faire une fraction du parcours comprises entre et .  
 Or = et = donc Yanis peut faire du parcours pour se classer troisième.

## Énigmes et défis

**86**

$\frac{10}{14}$	$\frac{36}{48}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{30}{40}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{11}{15}$	$\frac{120}{160}$	$\frac{60}{70}$
$\frac{60}{80}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{16}{20}$	$\frac{6}{8}$
$\frac{13}{17}$	$\frac{24}{32}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{3}{4}$

Elle a colorié de la surface du carré.

**87** 1. Ilyes mange 4 parts, Esteban 5 parts, Sarah 9 parts et Lucie 3 parts. C'est Lucie qui a mangé le moins de pizza.

2.  $4 + 5 + 9 + 3 = 21$ . Ils ont mangé 21 parts au total.

Or  $6 \times 3 = 18$  et  $6 \times 4 = 24$ . Ils ont acheté 4 pizzas au minimum.

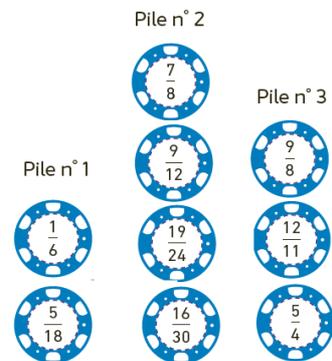
3. Il leur reste alors 3 parts de pizza.

**88** À l'étape 3, du grand carré est colorié en vert.

**Le défi :**

À l'étape 4, du grand carré est colorié en vert.

**89** La pile n°2 est la plus haute.



**91** a.  
b.

**92** Ce carré mystère a une taille de 13. Il y a donc de la surface du carré colorié en bleu.