Chapitre6

# Proportionnalité

I. Programme

**Nombres, calcul et résolution de problèmes**

**Les fractions**

[...] En classe de 6e, la fraction opère également sur un nombre, notamment quand elle est exprimée sous forme de pourcentage. Parallèlement à l’approfondissement et à l’extension du sens attribué à une fraction, les techniques opératoires sont entretenues et, comme déjà mentionné, l’élargissent avec la multiplication entre une fraction et un entier.

**Connaissances et capacités attendues**

***Pourcentages***

**Objectifs d’apprentissage**

Appliquer un pourcentage à une grandeur ou à un nombre

**La proportionnalité**

Au cours moyen, la proportionnalité était exclusivement abordée dans le cadre des grandeurs et elle était identifiée par l’effet sur la seconde grandeur de la multiplication de la première par un nombre donné. L’élève a ainsi appris à identifier des situations de proportionnalité et à utiliser des raisonnements fondés sur la propriété de linéarité pour la multiplication ou pour l’addition.

En classe de 6e, la proportionnalité continue d’être étudiée exclusivement dans le cadre des grandeurs, et, ne concerne pas les suites de nombres. La définition de la proportionnalité entre deux grandeurs est formalisée et reliée à l’utilisation d’expression du type « prix au kilo ». Celles-ci anticipent la notion de grandeur quotient qui sera étudiée au cycle 4. L’élève est sensibilisé au « modèle » de la proportionnalité. Il résout des problèmes qui en relèvent en utilisant la procédure la mieux adaptée aux nombres mis en jeu : linéarité multiplicative ou additive, retour à l’unité. Comme au cours moyen, il est encouragé à laisser apparaître à l’intérieur des calculs les unités des grandeurs manipulées.

Plusieurs outils permettent de représenter une situation de proportionnalité : tableau, flèches, parenthèses (qui anticipent la notation fonctionnelle). Lorsqu’il s’agit d’un tableau, le nom de chaque grandeur, accompagné de son unité, y figure explicitement. La recherche de données manquantes dans un tableau s’appuie sur le sens de la proportionnalité : l’élève verbalise les relations entre les mesures d’une grandeur (2 fois plus, 3 fois moins, etc.) ou s’appuie sur la constance d’une grandeur telle que « prix au kilo » ou « nombre de battements du cœur par minute » relevant du langage courant. Dans cette optique de compréhension du sens de la proportionnalité, notion essentielle dans la vie quotidienne et dans de nombreuses autres disciplines, la technique du « produit en croix » n’est pas enseignée.

**Automatismes**

* L’élève sait repérer des relations multiplicatives simples entre des nombres (double, quadruple, moitié, tiers, quart).
* Il associe de manière automatique les expressions du type : « 4 fois plus grand, 4 fois plus petit, 5 fois plus, 5 fois moins » à une multiplication ou à une division.

**Connaissances et capacités attendues**

**Objectifs d’apprentissage**

Connaître la définition de la proportionnalité entre deux grandeurs et la mettre en lien avec des expressions de la vie courante

Identifier si une situation relève du « modèle » de la proportionnalité

Résoudre un problème de proportionnalité en choisissant une procédure adaptée : propriété de linéarité pour la multiplication ou l’addition, retour à l’unité

Représenter une situation de proportionnalité à l’aide d’un tableau ou de notations symboliques

S’initier à la résolution de problèmes d’échelles

*Des exemples de réussite sont donnés dans l’annexe « Des exemples pour la mise en œuvre du programme de 6e » disponible sur le site ressources et dans le manuel numérique enseignant.*

II. Ressources disponibles sur le site ressources et dans le manuel numérique enseignant

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Rubrique** | **Ressources** | **Format** |
| **Entrée du chapitre :** **Rituel de classe** | Questions flash pour réactiver les automatismes : exercices MathALÉA• Rituel 1 : Trouver un nombre dans une table de multiplication<https://lienbordas.fr/740639_068>• Rituel 2 : Le double ; le triple ; la moitié ; 10 fois plus<https://lienbordas.fr/740639_069>• Rituel 3 : Résoudre des problèmes de type : ... fois plus ou ... fois moins<https://lienbordas.fr/740639_070>• Rituel 4 : Utiliser la proportionnalité<https://lienbordas.fr/740639_071> | Liens MathALÉA |
| **Je pars du bon pied** | Diaporama des questions flash | pptx et pdf |
| **Ce que je dois savoir**  | Parcours d’exercices aléatoires corrigés MathALÉA :<https://lienbordas.fr/740639_073>Exercice 1 : Reconnaitre une situation de proportionnalité (tableau ou pas)Exercice 2 : Résoudre des problèmes de proportionnalité en utilisant la linéarité simple (choix que des entiers)Exercice 3 : Petites questions flash - multiplicativitéExercice 4 : Petites questions flash - additivitéExercice 5 : Résoudre des problèmes de proportionnalité en utilisant la linéarité simple (additivité)Exercice 6 : Petites questions flash – petits problèmesExercice 7 : Résoudre un problème de proportionnalité en utilisant la proportionnalité simpleExercice 8 : Petites questions flash - calculer un prix à partir d’un prix au kg (conversion)Exercice 9 : Appliquer un pourcentageExercice 10 : Résoudre un problème de calcul de pourcentage par complément à 100% | Lien MathALÉA |
| **Activité numérique** | Fichier Excel pour l’élèveFichier Excel version corrigée | ExcelExcel |
| **Exercices d’entraînement** | Diaporama des questions flash : Reconnaître une situation de proportionnalité | pptx et pdf |
| Diaporama des questions flash : Résoudre un problème de proportionnalité | pptx et pdf |
| Diaporama des questions flash : Les pourcentages | pptx et pdf |
| Diaporama des questions flash : Les échelles graphiques | pptx et pdf |
| Exercice 104 : grille à télécharger | pdf |

III. Plan de séquence

*Voir page suivante.*



IV Corrections et intentions pédagogiques

Je pars du bon pied

Questions flash

1 a. 3 × **9** = 27 b. **5** × 4 = 20

c. 15 ÷ 3 = **5**

2 50 bouteilles coûtent 130 €.

3 6 baguettes coûtent 9 €.

4 3 tours durent 15 min.

5 Un paquet de pâtes pèse 200 g.

6 Une gomme coûte 1,10 €.

7 Réponse c.

Vocabulaire

8a. 16 est *le double* de 8.

b. 8 est *le tiers* de 24.

c. 15 est *le triple* de 5.

d. *Le quart* de 12 est 3.

9a. C’est 4 *fois plus*.

b. C’est 3 *fois moins* de temps.

Trouver les nombres manquants

10 1. a. 3 × **7** = 21

b. **25** × 4 = 100

c. 18 ÷ 3 **= 6**

d. 300 ÷ 2 = **150**

2. a. $\frac{3}{10}$ = $\frac{30}{100}$

b. $\frac{2}{5}$ = $\frac{40}{100}$

c. $\frac{9}{25}$ = $\frac{36}{100}$

d. $\frac{11}{20}$ = $\frac{55}{100}$

Utiliser le retour à l’unité

11 Une clé pèse 160 g ÷ 4 = 40 g.

12 Un paquet de biscuits pèse :

600 g ÷ 4 = 150 g.

131. Prix d’un crayon : 4,50 € ÷ 3 = 1,50 €

2. Prix de 5 crayons : 5 × 1,50 € = 7,50 €

**÷ 3**

14

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Nombre de caisses** | 3 | 1 |
| **Prix** (en €) | 24 | **8** |

Utiliser la propriété additive

15 Paul va payer : 10,50 € + 17,50 € = 28 €.

16 • Distance parcourue pour 11 tours :

3 850 m + 2 200 m = 6 050 m

• Distance parcourue pour 3 tours :

3 850 m – 2 200 m = 1 650 m

17 Épaisseur de 75 feuilles :

8 mm – 2 mm = 6 mm

Utiliser la propriété multiplicative

18 Prix de 6 tee-shirts : 3 × 26 € = 78 €

19b. 3 casquettes c'est deux fois moins que 6, donc : 12 € ÷ 2 = 6 €.

c. 12 casquettes c'est deux fois plus que 6, donc : 2 × 12 € = 24 €.

d. 18 € = 12 € + 6 €, donc le nombre de casquettes est : 6 + 3 = 9.

20 400 g de chocolat coûtent :

 4 × 2,10 € = 8,40 €.

21 Âge de Abdoulaye : 24 ans ÷ 4 = 6 ans.

221. La mère de Marie pèse :

2 × 27 kg = 54 kg.

2. Le frère de Marie pèse 27 kg ÷ 3 = 9 kg.

23 Aya a couru pendant 50 min ÷ 2 = 25 min.

24 En 1 h le cycliste aura parcouru :

3 × 12 km = 36 km.

251. Avec 30 L de lait on peut fabriquer :

3 × 500 g = 1 500 g de beurre, soit 1,5 kg.

2. Pour fabriquer 250 g de beurre, il faut :

10 L ÷ 2 = 5 L de lait.

26 Il faut : 20 min ÷ 4 = 5 min à Anaïs pour se rendre à son cours en voiture.

Raisonner, organiser l’information

27 On ne peut pas savoir, car la taille n’est pas proportionnelle à l’âge.

28 On ne peut pas savoir le nombre de poissons qu’elle pêchera après la première heure.

Ce n’est pas une situation de proportionnalité.

29 La réponse est le cas **b**.

30 360 g **6** personnes

 **600 g** **10** personnes

31

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Durée** (en min) | 10 | **25** |
| **Distance** (en m) | **1 500** | 3 200 |

Activités de découverte

Activité 1

Discutons ensemble

**▶ Présentation de l’activité et mise en pratique**

Les élèves sont amenés, dans un premier temps, à travailler en groupes (de deux ou plus) pour échanger et argumenter ensuite leurs réponses en classe entière.

L’objectif étant de trouver les éléments qui permettent de reconnaître si une situation relève ou non de la proportionnalité.

**▶ Correction**

1. • **Première situation**

Julie a raison, on ne peut pas prévoir ce que l’on obtiendra à chaque lancer.

• **Deuxième situation**

a. L’affirmation est vraie. Pour griller 6  tranches, il faut bien 2 × 30 s = 60 s.

b. L’affirmation est fausse : pour griller 4 tranches de pain il faut aussi 60 s.

• Troisième situation

Les marches ayant toutes la même hauteur, il est possible de déterminer de quelle hauteur on s’élève pour arriver au parvis.

Plusieurs méthodes de calcul possibles.

Par exemple :

10 marches 2 m

20 marches 4 m

200 marches 40 m

220 marches 44 m

2. Une seule situation de proportionnalité, la troisième.

Activité 2

Une situation de proportionnalité

**▶ Présentation de l’activité et mise en pratique**

En partant de calculs simples utilisant la propriété multiplicative, les élèves sont amenés à reconnaître que la consommation d’essence s’obtient en multipliant le nombre de trajets par 1,5.

Cette activité permet d’introduire la définition de grandeurs proportionnelles et d’utiliser une représentation de la situation par un tableau.

**▶ Correction**

Partie A

1. Au mois de février elle a consommé

4 × 6 L = 24 L d’essence.

2. Au bout de 48 trajets elle a consommé

12 × 6 L = 72 L d’essence.

3. En consommant 120 L d’essence elle a fait 20 × 4 = 80 trajets.

Partie B

1. Calcul d’Élodie : 6 L ÷ 4 = **1,5** L

2. 4 × **1,5** = 6

3. 16 × 1,5 = **24** 48 × 1,5 = **72**

**80** × 1,5 = 120

Lorsqu’on multiplie le nombre de trajets par 1,5 on obtient la quantité d’essence consommée.

Partie C

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Nombre de trajets** | 4 | 16 | 48 | **80** |
| **Consommation** (en L) | 6 | **24** | **72** | 120 |

 × **1,5** 1,51,5

J’ai compris

Consommation d’essence pour 75 trajets :

75 × 1,5 L = 112,5 L.

Activité 3

Des pourcentages

**▶ Présentation de l’activité et mise en pratique**

La notion de pourcentage a été introduite dans le chapitre 5 sur les fractions.

Le calcul du pourcentage d’une quantité est donc le calcul d’une fraction d’une quantité.

Cette activité permet de comprendre que calculer 30 % d’un prix revient à multiplier ce prix par 0,3 et donc qu’il s’agit d’une situation de proportionnalité.

**▶ Correction**

1. Pour un article à 100 €, il y a 30 € de réduction.

Montant de la réduction :

a. pour un pantalon à 200 € : 2 × 30 € = 60 €

b. pour un pantalon à 50 € : 30 € ÷ 2 = 15 €

2. Montant de la réduction :

a. pour un tee-shirt à 12 € :

$\frac{30}{100}$ × 12 € = 0,3 × 12 € = 3,60 €

b. pour une robe à 70 € :

 $\frac{30}{100}$ × 70 € = 0,3 × 70 € = 21 €

J’ai compris

 $\frac{30}{100}$ × 45 € = 0,3 × 45 €

 = 13,50 €

Activité 4

Échelle graphique pour lire une carte

**▶ Présentation de l’activité et mise en pratique**

Introduction de la notion d’échelle graphique à partir de mesures sur une carte. Pour obtenir la distance réelle à vol d’oiseau, en km, il suffit de multiplier la distance sur la carte, en cm, par 10. Il s’agit donc d’une situation de proportionnalité. Si la distance mesurée est deux fois plus grande, la distance réelle est deux fois plus grande.

**▶ Correction**

2. En multipliant 2,7 par 10 on obtient 27, donc 1 cm sur la carte représente **10 km** en réalité.

3. a.

10 km

b. • Distance sur la carte entre les deux villes :

4,2 cm.

• Distance à vol d’oiseau :

4,2 × 10 km = 42 km.

J’ai compris

Distance réelle entre Nice et Salon de Provence :

1,8 × 100 km = 180 km.

J’apprends à…

Méthode 1

Reconnaître si des grandeurs sont proportionnelles ou non

32 2,40 ÷ 8 = **0,3** 5 × **0,3** = 1,5

12 × **0,3** = 3,6

Le prix s’obtient en multipliant le nombre de feutres par 0,3. Donc le prix est proportionnel au nombre de feutres.

Méthode 2

Utiliser le retour à l’unité

33 1. 8 € ÷ 5 = **1,6** €

Le prix d’un kilogramme de fruits est de 1,60 €.

2. 9 × **1,6** € = 14,4 €

Le prix de 9 kilogrammes de fruits est de 14,40 €.

3. Avec 8 € on peut acheter 5 kg de fruits.

Donc avec 4 € on peut acheter la moitié, soit 2,5 kg.

20 € = 5 × 4 € 5 × 2,5 kg = 12,5 kg

Avec 20 € on a acheté 12,5 kg de fruits.

Méthode 3

Utiliser la propriété additive

34 1. 10 + 4 = 14

1,5 L + 0,6 L = 2,1 L

Pour diluer 14 L de peinture Pierrick va utiliser 2,1 L d’eau.

2. 10 – 4 = 6

1,5 L – 0,6 L = 0,9 L Pour diluer 6 L de peinture Pierrick va utiliser 0,9 L d’eau.

Méthode 4

Utiliser la propriété multiplicative

35 1. 12 paquets c’est 3 fois plus que 4 paquets : 3 × 600 g = 1 800 g

12 paquets pèsent 1 800 g, soit 1,8 kg.

2. 2 paquets c’est la moitié de 4 paquets.

600 g ÷ 2 = 300 g

2 paquets pèsent 300 g.

Méthode 5

Appliquer un pourcentage

36  $\frac{60}{100}$ × 35 = 0,6 × 35

= 21

Il y a 21 filles inscrites au club d’échec.

Méthode 6

Utiliser une échelle graphique

37 Sur l’échelle graphique 1 cm représente 200 km.

3,5 × 200 km = 700 km

La distance réelle à vol d’oiseau entre ces deux villes est 700 km.

Activité numérique

**▶ Présentation de l’activité et mise en pratique**

L’objectif de cette activité est de familiariser les élèves à l’utilisation des formules de calcul d’un tableur et de mettre en évidence l’intérêt du tableur par rapport à la calculatrice.

Télécharger le fichier Excel : <http://lienbordas.fr/740639_074>

ou sur le site ressources :

<https://indices.editions-bordas.fr>

**Soldes d’hiver**

Dans le fichier élève, à télécharger, les prix des articles et les pourcentages sont indiqués. Il est possible de donner aux élèves le tableau sans ces valeurs et de leur demander de le compléter (voir l’aide pour l’écriture des pourcentages).

**Le défi**

La difficulté de ce problème est de bien comprendre que les résultats obtenus dans la colonne D se retrouvent dans la colonne B.

En « tirant » les formules, les élèves constatent que l’on obtient assez rapidement la réponse qui aurait nécessité des calculs compliqués sans le tableur.

**▶ Correction**

*Voir le fichier corrigé à télécharger.*

Soldes d’hiver

Somme totale payée par Mélina : 253,35 €

Montant des économies réalisées : 52,65 €

(Voir le corrigé dans le fichier professeur).

Le défi :

Superficie de la moitié de l’étang :

3 600 000 cm2 ÷ 2 = 1 800 000 cm2

Les nénuphars auront recouvert plus de la moitié de l’étang au bout de 39 jours (voir le corrigé dans le fichier professeur).

Automatismes

Vocabulaire

38 **a** 3 **b 2 c 4**

**d** 4 **e 3 f 1**

39 a. 8 est le *tiers* de 24 et le *double* de 4.

b. La *moitié* de 32 est 16, et 16 est le *quadruple* de 4

c. 18 est le *triple* de 6 et le *double* de 9.

40 **a** 4 **b 4 c 2**

**d** 3 **e 3 f 1**

41 a. Le *triple* de 6 est 18 et 18 est le *double* de 9.

b. Un *quart* de litre, c’est 25 cL et 50 cL c’est la *moitié* de 1 L.

c. 12 est le *tiers* de 36 et le *quadruple* de 3.

Calcul mental

42 a. 4 fois moins que 28 € c’est *7 €.*

b. 5 fois plus que 20 g c’est *100 g*.

c. 30 km c’est trois fois moins que *90 km*.

43 Prix à l’unité :

a. Une tablette de chocolat : 12 € ÷ 4 = 3 €

b. Un kg de pommes de terre :

6,30 € ÷ 3 = 2,10 €

c. Un crayon : 2 € ÷ 4 = 0,50 €

44 Valeurs manquantes :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Nombre de livres** | 1 | 5 | **7** |
| **Prix** (en €) | 8 | **40** | 56 |

45 a. 5 fois moins que 15 € c’est 3 €.

b. 3 fois plus que 7,20 € c’est 21,60 €.

c. 2 fois moins que 24,60 € c’est 12,30 €.

46 1. Avec 11 L de peinture on peut peindre :

2 × 25 m2 = 50 m2.

2. 36,90 = 3 × 12,30

Donc la quantité de sirop qui coûte 36,90 € est :

3 × 4 L = 12 L.

Reconnaître une situation de proportionnalité

47 a. Non : tous les élèves n’ont pas le même poids.

b. Oui : pour calculer le prix de 6 croissants, il faut multiplier le prix de 3 croissants par 2.

c. Non : s’il y avait proportionnalité, Pierre mesurerait 2,10 m à 15 ans.

48 Léo a tort : tous les devoirs ne nécessitent pas le même temps de travail.

49 30 ÷ 100 = 0,3

250 × 0,3 = 75

400 × 0,3 = 120

C’est une situation de proportionnalité : on multiplie la distance (en m) par 0,3 pour obtenir la durée (en s).

50 La réponse exacte est **b.** La durée de cuisson ne dépend pas de la quantité.

Résoudre un problème de proportionnalité

51$ $1. Prix au litre : 40 € ÷ 20 = 2 €

2. Prix au kg : 6 € × 4 = 24 €

52 a. 3 + 5 = 8 7,2 + 12 = 19,2

19,2 est la valeur manquante.

b. 20 – 15 = 5 ou 15 ÷ 3 = 5.

12 – 9 = 3 ou 9 ÷ 3 = 3.

3 est la valeur manquante.

53 1. 5 × 5,20 € = 26 €

5 L d’huile coûtent 26 €.

2. 6 € ÷ 4 = 1,5 €

Le prix d’une carte postale est 1,5 €.

54 Réponse **c** : 15 ÷ 6.

55 1. 40 m2 ÷ 5 = 8 m2

Avec 1 L de peinture on peut peindre 8 m2.

2. 5 L ÷ 40 = 0,125 L, par m2 il faut 0,125 L de peinture.

56 1. 42 g ÷ 4 = 10,5 g .

1 L de jus de fruit contient 10,5 g de sucre.

2. 4 L 42 g

donc 2 L 21 g.

42 g + 21 g = 63 g 4 L + 2 L = 6 L

6 L de jus de fruit contiennent 63 g de sucre.

(Autre méthode : 63 g = 6 × 10,5 g).

57 1. 3 + 2 = 5 25,50 + 17 = 42,50

Le prix de 5 places de cinéma est 45,50 €.

2. 3 × 3 = 9 3 × 25,50 = 76,50

Le prix de 9 places est 76,50 €.

58 Calcul de la valeur manquante :

8 ÷ 5 = 1,6 (prix d’un cahier).

59 1. Prix d’un kiwi : 4,20 € ÷ 6 = 0,70 €

2. 8 × 0,70 € = 5,60 €

Avec 5,60 € on peut acheter 8 kiwis.

Appliquer un pourcentage

60 a. $\frac{23}{100}$ = **0,23** b. $\frac{4}{100}$ = **0,04**

c. 0,35 = $\frac{35}{100}$

61 a. 10 % d’une quantité c’est un dixième de cette quantité$. $

Donc 10 % de 32 € c’est 3,20 €.

b. 50 % d’une quantité c’est la moitié de cette quantité$. $

Donc 50 % de 14 kg c’est 7 kg.

c. 25 % d’une quantité c’est le quart de cette quantité$. $

Donc 25 % de 40 personnes c’est 10 personnes.

d. $\frac{12}{100}$ × 200 m = 0,12 × 200 m

 = 24 m

12 % de 200 m c’est 24 m.

62 a. $\frac{2}{100}$ × 67 g = 0,02 × 67 g

 = 1,34 g

 2 % de 67 g c’est 1,34 g.

b. $\frac{5}{100}$ × 45 € = 0,05 × 45 €

 = 2,25 €

5 % de 45 € c’est 2,25 €.

c. $\frac{45}{100}$ × 456 m = 0,45 × 456 m

 = 205,2 m

45 % de 456 m c’est 205,2 m.

d. $\frac{80}{100}$ × 450 L = 0,8 × 450 L

 = 360 L

80 % de 450 L c’est 360 L.

63 1. $\frac{30}{100}$ × 200 g = 0,3 × 200 g

 = 60 g

Il y a 60 g de matière grasse dans le pot de 200 g.

2. $\frac{4}{100}$ × 330 g = 0,04 × 330 g

 = 13,2 g

Il y a 13,2 g de matière grasse dans le pot de 330 g.

64 • Nombre de chocolats noirs :

0,35 × 20 = 7 chocolats noirs.

• Nombre de chocolats au lait :

0,4 × 20 = 8 chocolats au lait.

• Nombre de chocolats blancs :

20 – (8 + 7) = 5 chocolats blancs.

Exercices d’entraînement

Reconnaître une situation de proportionnalité

Questions flash

65 1. Ce n’est pas une situation de proportionnalité car le prix de 3 boules de glace n’est pas égal à 3 fois le prix d’une boule.

2. Lorsqu’on donne un prix au kg, cela signifie que le prix est proportionnel à la masse.

3. Un calcul de pourcentage est une situation de proportionnalité.

4. Il s’agit d’une situation de proportionnalité.

Exemple : dans 200 g de biscuits il y a 46 g de sucre.

66 1. 4 croissants coûtent le même prix que 3 croissants, soit : 3 × 1,10 € = 3,30 €.

2. S’il y avait proportionnalité 4 croissants coûteraient : 4 × 1,10 € = 4,40 €.

67 1. Les grandeurs concernées sont : le nombre de ballons de basket et la masse des ballons.

2. 1,86 ÷ 3 = **0,62** 5 × **0,62** = 3,1

10 × **0,62** = 6,2

C’est un tableau de proportionnalité car lorsqu’on multiplie le nombre de ballons par le même nombre 0,62, on obtient les masses des ballons.

68 1. Les grandeurs concernées sont le nombre de jours de location et le prix payé.

2. 56 ÷ 2 = **28** **28** × 3 = **84**

**28** × 7 = **196**

Comme le prix de 7 jours de location est de 148 € (et non 196 €), le prix n’est pas proportionnel au nombre de jours.

69 3 × 3,8 kg = 11, 4 kg

Il n’y a pas proportionnalité car à 3 mois le bébé pèse 5,5 kg et non 11,4 kg.

Résoudre un problème de proportionnalité

Questions flash

70 1. • 7 € pour 2 kg, donc 3,5 € pour 1 kg
• Prix de 3 kg de tomates :

7 € + 3,5 € = 10,50 €

(Autre méthode : 3,5 € × 3 = 10,5 €)

2. • 5,10 € + 8,50 € = 13,60 €

8 cahiers coûtent 13,60 €.

• 8,50 € × 2 = 17 € 10 cahiers coûtent 17 €.

3. 10 € = 4 × 2,50 € et 4 × 300 g = 1 200 g.

Avec 10 € on peut acheter 1 200 g, soit 1,2 kg de café.

4.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Masse de lessive** (en kg) | 3 | 4 | 7 | 8 |
| **Prix** (en €) | 22,50 | 30 | **52,50** | **60** |

7 = 4 + 3 et 8 = 2 × 4

1. a.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Durée** (en h) | 7 | **9** |  |
| **Distance** (en km) | 28 | 36 |  |

7 × 4 = 28,  ? × 4 = 36

La valeur manquante est 9.

b.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Nombre de crayons** | 8 | 10 |  |
| **Prix** (en €) | 3,2 | **4** |  |

3,2 = 8 × 0,4 et 10 × 0,4 = 4

La valeur manquante est 4.

Le retour à l’unité

71

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Nombre de tours de pédalier** | 5 | 1 | 44 | **100** |
| **Distance** (en m) | 17 | **3,4** | **149,6** | 340 |

17 ÷ 5 = **3,4**

1 × 3,4 = 3,4

44 × 3,4 = 149,6

340 = 3,4 × 100

72 1. 375 g ÷ 3 = 125 g

1 beignet pèse 125 g

2. 8 × 125 g = 1 000 g

8 beignets pèsent 1 kg.

3. 500 g c’est la moitié de 1 kg, donc avec 500 g j’ai 4 beignets.

73 1. • Prix d’une bouteille :

1,32 € ÷ 6 = 0,55 €

• Prix de 5 bouteilles : 5 × 0,22 € = 1,10 €

2. 800 g + 200 g = 1 000 g, soit 1 kg.

12 € + 3 € = 15 €

Le prix d'1 kg de rôti est de 15 €.

3. 3 L c’est 2 bouteilles.

Prix de 3 L d’eau : 2 × 0,22 € = 0,44 €.

74 1. 5,10 € ÷ 6 = 0,85 €

Une bouteille de lait coûte 0,85 €.

2. 8 × 0,85 € = 6,80 €

8 bouteilles coûtent 6,80 €.

3. 7,65 € = 6,80 € + 0,85 €

En payant 7,65 €, on a acheté 8 + 1 = 9 bouteilles.

75 1. 702 $ ÷ 650 = 1,08 $

1 € vaut 1,08 $.

2. 35 × 1,08 $ = 37,80 $

Le prix était de 37,80 $.

Additivité et multiplicativité

76

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Longueur du tissu** (en m) | 4,5 | 9 | 13,5 | 18 |
| **Prix** (en €) | **22,50** | **45** | **67,5** | **90** |

2 × 22,50 = **45** 22,50 + 45 = **67,50**

2 × 45 = **90**.

77 1. 6 L × 2,5 = 15 L ou 12 L + 3L = 15 L.

La consommation prévisible pour 250 km est 15 L.

2. 30 L = 6L × 5 100 km × 5 = 500 km

Avec 30 L on pourrait parcourir 500 km.

78 1. 800 g 12 €

 200 g ?

200 g c’est 4 fois moins que 800 g.

12 € ÷ 4 = 3 €

Le prix de 200 g de rôti est de 3 €.

2. 18 € c’est 6 fois plus que 3 €.

6 × 200 g = 1 200 g Un rôti qui coûte 18 € pèse 1 200 g, soit 1,2 kg.

79 1. Prix de 100 g de poulet :

10,50 € ÷ 7 = 1,5 €

2. 1 kg = 10 × 100 g

Prix d’1 kg de poulet : 10 × 1,5 € = 15 €

3. 13,50 € = 15 € − 1,5 €

1000 g – 100 g = 900 g

Un poulet dont le prix est 13,50 € pèse 900 g.

Choisir sa méthode

80 • 75 cL ÷ 6 = 12,5 cL

Il faut une cuillère à café de citron pour 12,5 cL de sirop.

• 125 cL = 10 × 12,5 cL

Pour 125 cL de sirop il faut 10 cuillères à café de citron.

81 1. Nombre de feuilles imprimées en 5 minutes : 12 × 5 = 60

2. 96 = 8 × 12, il faut donc 8 min pour imprimer 96 feuilles.

3. Nombre de feuilles imprimées en 30 s :

 12 ÷ 2 = 6

4. En 15 min l’imprimante peut imprimer :

3 × 60 = 180, soit 180 feuilles. Donc il faut moins de 15 min pour imprimer 150 feuilles.

82 1.Tableau de proportionnalité

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Masse d’abricots** (en kg) | **5** | 1,5 | ? |
| **Masse de compote** (en kg) | **4** | ? | 3,6 |

2. 4 ÷ 5 = **0,8** donc avec 1 kg d’abricots on réalise 0,8 kg de compote.

1,5 × 0,8 kg = 1,2 kg Avec 1,5 kg d’abricots on peut réaliser **1,2 kg** de compote.

3. 3,6 kg = 3 × 1,2 kg 3 × 1,5 kg = 4,5 kg

Pour réaliser 3,6 kg de compote, il faut 4,5 kg d’abricots.

83 1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Volume de jus d’orange** (en L) | **10** | 6 |
| **Volume de jus d’ananas** (en L) | **1,6** | ? |

2. 1,6 L ÷ 10 = 0,16 L

Pour 1 L de jus d’orange, il faut 0,16 L de jus d’ananas.

Pour 6 L de jus d’orange, il faut :

6 × 0,16 L = 0,96 L.84 1. Pour 2 personnes, il faut 80 g ÷ 2 = 40 g de farine et 60 g ÷ 2 = 30 g de sucre.

Donc pour 6 personnes, il faut :

3 × 40 g = 120 g de farine et 3 × 20 g = 60 g de sucre.

2. Pour 1 personne, il faut : 30 g ÷ 2 = 15 g de sucre.

75 g = 60 g + 15 g, donc avec 75 g de sucre on peut inviter

4 personnes + 1 personne = 5 personnes.

Pour 1 personne, il faut 40 g ÷ 2 = 20 g de farine.

Pour 5 personnes, il faut 5 × 20 g = 100 g de farine.

85 100 g de café coûtent : 12 € ÷ 3 = 4 €.

1 kg = 1 000 g de café coûte :

10 × 4 € = 40 €.

Donc la réponse est : vrai.

86 Épaisseur d’un album :

20,8 cm ÷ 26 = 0,8 cm

Il reste 14 albums à placer.

Place à prévoir pour les albums restants :

14 × 0,8 cm = 11,2 cm

87 1. 1 h 40 min = 100 min.

2. 400 km 100 min

 200 km 50 min

 600 km 150 min

 60 km 15 min

150 min + 15 min = 165 min, soit 2 h 45 min pour se rendre de Paris à Avignon.

Les pourcentages

Questions flash

88 1.a. 50 % c’est la moitié :

240 € ÷ 2 = 120 €.

b. 100 % c’est la totalité : 128 pommes.

c. 25 % c’est le quart : 60 m ÷ 4 =15 m

d. 10 % c’est un dixième : 14 élèves.

2.a. 75 % = $\frac{75}{100}$ = 0 ,75

b. 40 % = $\frac{40}{100}$ = 0 ,4

3. Montant de l’augmentation :

0,2 × 70 € = 14 € et 70 € + 14 € = 84 €

Nouveau prix 84 € : réponse c.

89 a. Vrai : 25 % de 120 g c’est le quart de 120 g.

b. Faux : 15 % de 20 € c’est 20 € × 0,15.

c. Vrai : 10 % de 15 m c’est le dixième de 15 m.

90 a. 1 % de 13 € : 0,01 × 13 = 0,13 €.

b. 8 % de 34 L : 0,08 × 34 L = 2,72 L.

c. 22 % de 78 m : 0,22 × 78 m = 17,16 m.

d. 60 % de 45 kg : 0,6 × 45 kg = 27 kg.

e. 75 % de 90 km : 0,75 × 90 km = 67,5 km.

91 35 % de 450 g : 0,35 × 450 g = 157,5 g

22 % de 450 g : 0,22 × 450 = 99 g

17 % de 450 g : 0,17 × 450 g = 76,5 g

Dans ce paquet de céréales il y a 157,5 g de blé, 99 g de chocolat en poudre et 76,5 g de farine de blé.

92 41 % de 420 g : 0,41 × 420 g = 172,20 g

14 % de 420 g : 0,14 × 420 = 58,80 g

12,5 % de 420 g : 0,125 × 420 g = 52,5 g

Dans ce pot de sauce tomate il y a 172,20 g de pulpe de tomates, 58,80 g de concentré de tomates et 52,5 g d’oignons.

93 1. Montant de la réduction :

0,15 × 41,80 € = 6,27 €

2. Nouveau prix du sac :

41,80 € − 6,27 € = 35,53 €.

94 1. Montant de l’augmentation :

23 € ÷ 10 = 2,30 €

2. Prix du menu en 2024 :

23 € + 2,30 € = 25,30 €

95 1. 100 % − (45% + 30 %) = 25 %

25 % des élèves ont choisi l’italien.

2. Lucas se trompe car 70 c’est la moitié des élèves, soit 50 %.

3. Nombre d’élèves qui ont choisi l’allemand : 0,3 × 140 = 42

96 • Première méthode : 0,4 × 70 = 28

Il y a 28 bonbons à l’orange.

70 – 28 = 42 Il y a 42 bonbons à l’orange.

• Deuxième méthode :

Il y a 100 % − 40 % = 60 % de bonbons à l’orange donc 0,6 × 70 = 42 .

97 1. Nombre de naissances en moins :

0,2 × 828 000 = 16 560

2. Nombre de naissances en 2023 :

828 000 – 16 560 = 811 440

98 0,20 × 135 = 27, il y a 27 élèves en plus qui ont réussi le brevet.

135 + 27 = 162, 162 élèves ont obtenu le brevet cette année.

Les échelles graphiques

Questions flash

99 1. Dans la réalité, 2,5 cm représentent :

a. 2,5 × 50 cm = 125 cm.

b. 100 m + 25 m = 125 m

c. 1 000 km ÷ 2 = 500 km.

2. D'après l'échelle, 200 m est représenté par 1 cm.

700 m = (3 × 200 m) + (200 m ÷ 2)

Donc la longueur 700 m est représentée par :

3 cm + 0,5 cm = 3,5 cm.

100 Sur la photo la coque mesure 5,7 cm (flèche jaune).

Échelle donnée : 1 cm représente 15 m dans la réalité.

Longueur réelle de la coque :

5,7 × 15 m = 85,5 m

101 Échelle : 1 cm représente 0,02 cm dans la réalité.

1. Longueur réelle de la cellule :

3,2 × 0,02 cm = 0,064 cm = 0,64 mm.

2. 0,02 cm = 0,2 mm 1 cm

 0,1 mm 0,5 cm

La longueur observée est 0,5 cm.

102 Échelle : 2 carreaux représentent 1 m,

 1 carreau représente 0,5 m.

Longueur réelle de la chambre :

9 × 0,5 m = 4,5 m

Largeur réelle de la chambre :

6 × 0,5 m = 3 m.

*Remarque*: Pour trouver la longueur réelle, en m, on peut aussi diviser le nombre de carreaux par 2.

Je fais le point

103 QCM Bilan

① B ; ② C ; ③ B ; ④ C ; ⑤ A ; ⑥ B ; ⑦ A ; ⑧ C.

Jeux

104 **a :** MOITIE

**b :** POURCENTAGES

**c :** TRIPLE **d :** QUART

**e :** PROPORTIONNALITE

**f :** TABLEAU **g :** REDUCTION

**h :** ECHELLE

Résolution de problèmes

105 • Hauteur d’une rangée :

14,4 cm ÷ 4 = 3,6 cm

• Pour arriver à 2 cubes, Julien doit ajouter 3 rangées de cubes, pour une hauteur de

3 × 3,6 cm = 10,8 cm.

• Hauteur totale de la construction terminée :

14,4 cm + 10,8 cm = 25,2 cm.

106 Surface occupée par l’eau :

0,7 × 510 Mkm2 = 357 Mkm2

107 Prix d’une tulipe : 9,20 € ÷ 8 = 1,15 €

Prix du bouquet de Camille :

21,45 € − 9,95 € = 11,50 €

11,50 € = 10 × 1,15 €

Il y a donc 10 tulipes dans le bouquet de Camille.

108 1. Production des énergies renouvelables en 2023 :

0,22 × 1 420 TWh = 312,4 TWh

2. • Augmentation de la production d’électricité éolienne :

0,05 × 97 TWh = 4,85 TWh

• Production d’électricité éolienne au premier trimestre 2024 :

97 TWh + 4,85 TWh = 101,85 TWh

109 • Calories apportées par le goûter de Matéo :

- pour le pain :

30 g = 90 g ÷ 3

240 kcal ÷ 3 = 80 kcal

- pour la pâte à tartiner :

20 g = 100 g ÷ 5

500 kcal ÷ 5 = 100 kcal

- pour le jus de pomme :

25 cL = 50 cL ÷ 2

20 kcal ÷ 2 = 10 kcal

• Apport total :

80 kcal + 100 kcal + 10 kcal = 190 kcal

110 1. 0,05 × 23 650 318 = 1 182 515,9

Avec 1 054 075 voix, la liste a obtenu moins de 5 % des suffrages exprimés n’aura pas de député au parlement.

2. 0,32 × 23 650 318 = 7 568 101,76

En arrondissant à l’unité, le nombre de voix obtenu est 7 568 102.

111 1. Avec un tarif unique le prix payé est proportionnel aux nombres de places achetées.

• Prix de la place à la fête du cinéma :

1 260 € ÷ 252 = 5 €

• Nombre de places vendues le dimanche :

1 630 ÷ 5 = 326

2. a. Ils ont acheté 5 places pour eux et leurs 3 enfants, ils ont donc payé : 5 × 5 € = 25 €.

a. Avec le tarif habituel ils auraient payé :

2 × 5,50 € = 11 € pour deux des enfants,

3 × 8 € = 24 € pour les parents et le troisième enfant.

Soit : 11 € + 24 € = 35 € pour toute la famille.

Ils ont économisé 10 € le jour de la fête du cinéma.

112 1. 1 h 10 min = 70 min

On peut calculer la quantité d’eau écoulée en 10 min :

15 min 105 cL

 5 min 35 cL

 10 min 70 cL

Quantité d’eau écoulée en 70 min :

7 × 70 cL = 490 cL, soit 4,9 L.

2. 630 cL = 9 × 70 cL

et 9 × 10 min = 90 min.

Monsieur Laporte est parti 90 min, soit 1 h 30 min.

3. • Perte d’eau en 60 min :

6 × 70 cL = 420 cL = 4,2 L

• Un jour c’est 24 h, soit 24 × 60 min.

Perte d’eau en un jour : 24 × 4,2 L = 100,8 L

113 1,80 m = 180 cm

6 cm sur la photo représente 180 cm dans la réalité.

Pour trouver la longueur réelle, il faut donc multiplier la longueur sur la photo par 30.

Taille réelle du poisson :

1,5 cm × 30 = 45 cm.

Donc Monsieur Dupont a raison.

114 D’après l’échelle graphique, 1 cm sur le dessin représente 10 m dans la réalité.

1. Dimensions réelles du terrain de football :

- longueur : 10,5 × 10 m = 105 m ;

- largeur : 6,8 m × 10 = 68 m.

2. 95 ÷ 10 = 9,5 et 70 ÷ 10 = 7

Le terrain est représenté par un rectangle de longueur 9,5 cm et de largeur 7 cm.

115 1. Masse de déchets humides :

0,7 × 130 kg = 91 kg

Masse de déchets secs : 0,3 × 130 kg = 39 kg

2. Monsieur Dujardin répand le compost de façon uniforme, donc la quantité de compost est proportionnelle à la surface.

Il reste 15 m2 de terrain à couvrir de compost.

• Masse de compost pour 1 m2 :

45 kg ÷ 10 = 4,5 kg

• Masse de compost pour 15 m2 :

4,5 kg × 15 = 67,5 kg

• Masse de compost nécessaire pour tout le potager : 45 kg + 67,5 kg = 112,5 kg

Avec 130 kg, Monsieur Dujardin a assez de compost.

116 Échelle de la carte : 5 cm sur la carte représentent 10 km dans la réalité, donc 1 cm représente 2 km.

1. D’après l’échelle :

a. 3 cm représentent : 3 × 2 km = 6 km.

b. 5,5 cm représentent : 5,5 × 2 km = 11 km.

De l’île aux Oiseaux jusqu’au port de Larros elles vont parcourir 11 km.

2. D’après l’échelle, 1 cm représente 2 km donc : 0,5 cm représente 1 km.

13 km sont donc représentés sur la carte par une longueur de : 13 × 0,5 cm = 6,5 cm.

3. En naviguant à la même vitesse la distance parcourue est proportionnelle à la durée du parcours :

18 min 6 km donc 3 min 1 km.

Temps mis pour parcourir les 11 km entre l’île aux oiseaux et le port de Larros :

11 × 3 min = 33 min

4. 17 h 30 min – 45 min = 16 h 45 min

Elles doivent partir du port de Larros au plus tard à 16 h 45 min.

Énigmes et défis

117 En 6 h, 18 bûcherons scient 18 arbres.

En 18 h, 18 bûcherons scient 18 × 3 = 54 arbres.

118 L’aire de la figure de contour vert est égale à la somme des aires des carrés 1, 2 et 3, moins les aires des deux carrés grisés.

• Le carré 2 a pour côté : 2 × 2 cm = 4 cm

• Le carré 3 a pour côté : 3 × 2 cm = 6 cm

• Aires des carrés 1, 2 et 3 :

22 cm2 + 42 cm2 + 62 cm2 = 56 cm2

Le petit carré gris a pour côté :

2 cm ÷ 2 = 1 cm

Le grand carré gris a pour côté :

4 cm ÷ 2 = 2 cm

Aires des carrés gris :

12 cm2 + 22 cm2 = 5 cm2

• Aire de la surface de contour vert :

56 cm2 – 5 cm2 = 51 cm2

Problèmes à prise d’initiative

119 1. D’après l’échelle, 1 cm sur le plan représente 4 m dans la réalité.

• Longueurs réelles des murs [AB] et [CD] :

5 × 4 m = 20 m

• Nombre de lauriers nécessaires

Puisqu’il y a un laurier à chaque extrémité, il faut 21 lauriers par mur. Donc 42 lauriers pour les deux murs.

• Quantité d’engrais nécessaire :

Il y a 2 × 20 m = 40 m de longueur de plantation.

40 × 80 g = 3 200 g = 3,2 kg d’engrais.

• Choix de la pépinière

Prix payé avec la pépinière A : 2 lauriers gratuits.

40 × 8,50 € = 340 €

Prix payé avec la pépinière B : avec 42 lauriers achetés on bénéficie des 20 % de réduction.

42 × 9,50 € = 399 € 0,2 × 399 € = 79,80 €

Prix avec réduction :

399 € − 79,80 € = 319,20 €

C’est donc le moins cher.

• Choix du conditionnement pour l’engrais

Il faut 3,2 kg d’engrais, le plus avantageux est d’acheter 1 paquet de 2 kg et 1 paquet de 1,5 kg.

Prix payé : 10 € + 7,80 € = 17,80 €

• Coût total des achats :

319,20 € + 17,80 € = 337 €

120 1. Sur le dessin, la planche Longboard mesure 3,5 cm.

Sur le dessin, la planche Shortboard mesure 2,7 cm.

D’après l’échelle, 1 cm sur le dessin représente 80 cm dans la réalité.

Longueur réelle de la planche Longboard :

3,5 × 80 cm = 280 cm

Longueur réelle de la planche Shortboard :

2,7 × 80 cm = 216 cm

2.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Longueur** (en cm) | 280 | 216 |
| **Prix** (en €) | 350 | 310 |

350 ÷ 280 = 1,25 216 × 1,25 = 270 €

Il n’y a pas proportionnalité car le prix de la planche Shortboard est de 310 € et non 270 €.